

- 计算广告
 - 关于传统拍卖
 - 拍卖机制罗列
 - 广告拍卖分类
 - 理想化的拍卖机制
 - 社会福利最大化的有效机制：理想化单物品拍卖
 - 社会福利最大化的有效机制：多物品拍卖的VCG机制和GSP机制比较
 - 关于现代广告系统
 - 常见的广告形式
 - 大媒体广告平台
 - 四点三率两控制一加强
 - 广告的常见收费方式
 - 真正落地的拍卖机制
 - 广告和搜索推荐有什么区别？
 - 关于现代广告竞价
 - 点击率因素如何影响GSP机制升级
 - 平台营收最大化的最优机制
 - 单物品拍卖的最优机制设计
 - 多物品拍卖的经典保留价方案与Squashing方案
 - 总结
 - 术语
 - 参考资料

计算广告

本文档的绝大部分内容摘抄自互联网[1,2,3,4,5]（注明了出处），仅作为个人学习使用。

在业界看来[1]，“作为最具广告特色的技术模块，拍卖机制理解起来往往较为晦涩。一方面因为这个技术领域是基于博弈论思维，概念较多且定理推导复杂，和已经标准化的基于数据驱动的机器学习思维截然不同；另一方面因为理论假设过于严格，和实际差距较大，使得论证过程无论多么完善，实践落地仍然需要考量诸多复杂因素”。

我们需要关注的问题是[1]：

1. 广告领域的拍卖机制简化而言是一个什么拍卖问题？最理想的拍卖机制长什么样？理想照进现实，哪些条件可以妥协松弛使得真正落地的拍卖机制即使没有非常理想但依然运行良好？

2. 社会福利最大化的拍卖机制如何设计才能使得市场蛋糕被有效地做大？点击率的不同假设这一关键变量是如何影响拍卖机制的性质？机制设计需要做哪些与之对应的调整与升级？
3. 平台营收最大化的拍卖机制如何设计才能使得市场蛋糕被最优地分配？以保留价设计为代表的这一关键技术是如何影响拍卖机制的性质？机制设计背后的假设需要做哪些与之对应的调整？
4. 经典的拍卖机制的基本框架长什么样？多个优化目标在这个框架下是如何平衡？面向广告业务新形势下的autobidding模式，拍卖机制该如何重新思考面向未来？

关于传统拍卖

广告主就是智能体，他的营销偏好是理性且私有的，常见偏好模式有效用最大化（**Utility Maximizer**）和价值最大化（**Value Maximizer**），广告主偏好建模价值最大化是目前较新的需求类型[1]。设计者有引导目标：广告平台就是设计者，他的引导目标是明确的，常见目标有社会福利最大化和平台营收最大化。

激励相容（**Incentive Compatibility**）就是鼓励竞拍者讲真话，使得竞拍者目标和平台目标可以同向发力，有两个标准，1）优势策略激励相容（**Dominant-Strategy Incentive Compatibility**，简称**DSIC**），不管其他智能体如何报告自己的私有信息，如实报告（即讲真话）是每个智能体的最优反应，所谓最优反应就是如果不这么做就会有损失；2）贝叶斯纳什激励相容（**Bayes-Nash Incentive Compatibility**，简称**BIC**），如果其他智能体是如实报告的，那么你的最优反应也是如实报告。

拍卖机制罗列

一价拍卖：分配给出价最高的；收取最高报价。

二价拍卖：分配给出价最高的；收取次高报价。

广义二价拍卖：第 i 个位置的广告位分给出价第 i 高的，收取 $i+1$ 的钱。

Myerson：单参数环境下机制设计；可以为任何单调的分配机制设计出支付机制。比如可以推导出社会福利最大化下的机制就是二价拍卖；比如可以推导出卖家收益最大化（也叫最优机制设计），当所有买家的虚拟估值递增（也就是价值服从正则分布）时，最优机制是带保留价的二价拍卖。

VCG：多参数环境下机制设计，虽然是正面结果（每个多参数环境都有一个社会福利最大化的**DSIC**机制），但实际偏好获取困难（多参数带来的指数复杂度偏好），计算复杂

且脆弱。

广告拍卖分类

广告拍卖形式有很多不同的视角划分方式：

- 按照拍卖品个数划分，分为**单物品拍卖**和**多物品拍卖**。单物品拍卖理论研究完备，机制设计空间较小，可直接应用于实践，而多物品拍卖机制设计空间大，需要对理论做很多假设才能平衡好效果与性能。广告往往有多个付费资源位在一次请求下同时拍卖，所以广告拍卖形式属于多物品拍卖，而且是多个非相同物品拍卖，位置越好点击率越高，对应的价值就越大。
- 按照竞拍者报价个数划分，分为**单参数拍卖**和**多参数拍卖**。报价个数对应竞拍者的估值对象个数，如果广告主只需要报价流量价值，那么就是单参数拍卖；如果广告主需要同时上报多个估值例如不同资源位的流量价值，那么就是多参数拍卖。和上一个划分方式面临的问题一样，参数越多，机制设计空间就越大，无论对理论设计还是计算性能都有很大挑战。单个物品的单参数环境中，对每个参与者，隐含假设了在他没赢得拍卖的情况下，他的私有估值是0，因此，每个参与者只有一个私有参数，就是赢得竞拍结果下的私有估值。但在单个物品的多参数环境下，对于不同结果（ n 个参与者就有 $n + 1$ 种情况： n 种卖出情况，1种流拍情况）参与者的私有估值可能不同，比如竞拍一个创业公司，我们不想自己的同行竞拍成功，而其他同行业公司竞拍成功对我们无所谓。
- 按照竞拍轮数来划分，分为**单轮拍卖**和**多轮拍卖**。轮数越多，竞拍者的私有信息 Type 会越来越成为公有信息，使得竞拍者能有更多的信息做决策从而调整报价策略。虽然多轮拍卖更加契合实际广告拍卖场景，广告主一笔预算往往会参与很多轮的请求报价，但是多轮的机制设计比单轮复杂很多，一般简化为单轮拍卖形式进行分析讨论。
- 按照广告主优化目标是否带约束来划分，分为**无约束拍卖**和**有约束拍卖**。有约束是指在广告主追求营销目标最大化的同时会带有指标约束，例如预算约束或者ROI约束等，这样广告主报价策略会从短期收益最大化调整为长期收益最大化，这对机制性质也会带来不小挑战。

工业界实践最为成熟的广告的经典机制设计范畴版本之一[1]：“异质多物品、单参数、单轮和无约束”拍卖形式下（简称多物品拍卖）。

理想化的拍卖机制

高动机保证：优势策略激励相容（DSIC）即如实报价是优势策略，注意均衡不仅存在，而且是最严格的优势策略均衡（DSE）的形式存在；

高效果保证：社会福利最大化或平台营收最大化；

高效率保证：多项式时间（一般近似线性）内完成分配和扣费两个计算过程。

正常的拍卖流程是：告诉所有竞拍者拍卖机制，大家再出价，然后按照拍卖机制分配，最后再扣费。

理想化拍卖机制设计思路：先定分配规则（Allocation Rule），再定扣费规则（Payment Rule）。

- 先假设所有竞拍者如实报价，则如何设计分配规则使得上述高效果保证和高效率保证都成立？
- 再假设得到上述分配结果之后，则如何设计扣费规则使得高动机保证成立？

直接显示机制（**direct-revelation mechanism**）：要求竞价者如实报价的机制，但是该机制能否达到均衡，更别说能否达到优势策略均衡，不在要求范畴；

可实施的分配规则：对于一个分配规则 x ，如果存在一个扣费规则 p ，使得直接显示机制 (x, p) 是DSIC，那么就称这个分配规则 x 是可实施的；也就是说，对于一个分配规则，如果存在一个扣费规则，使得诚实报价是任意竞价者的最优动作，那么这个分配规则被认为是可实施的。

单调的分配规则：当其他竞价者报价不变，当前竞价者的分配函数是报价的单调非减函数，即报价越高，广告主可以获得更高位置更高点击率。

社会福利最大化的有效机制：理想化单物品拍卖

Myerson引理基于上述概念提供了具体可操作路径：

固定一个单参数环境：

- 一个分配规则是可实施，当且仅当它是单调的；言下之意就是设计分配规则非常清晰，只要满足单调性即可。
- 如果分配规则是单调的，那么存在唯一的扣费规则，使得直接显示机制是DSIC的，且这个扣费规则有明确的表达式。

假设只有一个资源位需要拍卖，有多个广告主同时参与竞拍，**Second-price auction**（简称**SP机制**，也叫**Vickrey auction**）是社会福利最大化的DSIC机制。

在一个第二价格拍卖中，每一个参与者 i 都有占优策略：设定他的出价 b_i 为自己对于拍卖品的私有评估值 v_i

证明：令 $B = \max_{j \neq i} b_j$

	$v_i > B$	$v_i = B$	$v_i < B$
$b_i > v_i$	$v_i - B$	0	$v_i < b_i < B$, 收益为0
			$v_i < b_i = B$ 收益为0或 $v_i - b_i$ 也就是收益 ≤ 0
			$v_i < B < b_i$ 收益为 $v_i - B < 0$
$b_i = v_i$	$v_i - B$	0	0
$b_i < v_i$	$v_i > b_i > B$ 收益为 $v_i - B$	0	0
	$v_i > b_i = B$ 收益为0或 $v_i - B$ 也就是收益 $\leq v_i - B$		
	$v_i > B > b_i$, 收益为0		

效益模型

$$\begin{cases} v_i - p, & \text{拍到} \\ 0, & \text{未拍到} \end{cases}$$

社会福利最大化的有效机制：多物品拍卖的VCG机制和GSP机制比较

真实广告拍卖场景往往是多个资源位同时竞拍，而且不同资源位点击率的差异使得多物品非同质。

我们先从最简单的假设说起，点击率仅和资源位本身有关，不考虑广告本身质量，这也是最早期广告技术的真实落地方式，而且对于机制性质的分析也不失一般性。假设一共有 k 个广告位，点击率分别是 $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k$ ，一共有 n 个广告主，报价（这里应该就是广告主只需要报价流量价值，因此不存在某个用户对某个位置的估值，只存在用户对流量的估值，因此是单参数拍卖）从高到低排序分别是 $b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$ ，一般 $n > k$ 。如果将广告主 i 分配到广告位 j ，则其效用收益是 $\alpha_j(v_i - p_i)$ ， v_i 是广告主对点击流量的估值， p_i 是广告主的单位点击支付。

前文有提说单调的分配规则往往较为容易制定，我们按照报价 b 的大小从高到低排序，第 i 高报价的广告主被分配至第 i 好的广告位，这样平台目标即社会福利最大化就可以得以满足（分配问题贪心启发式转化为排序问题）。难点是扣费规则该如何设计，可以保证DSIC且实现广告主目标Utility最大化。Myerson引理论证，满足该性质的唯一支付公式是VCG扣费方式，多物品拍卖下的Vickrey–Clarke–Groves auction（简称VCG机制，实际上VCG机制是用于多参数环境的）是单物品拍卖下的Vickrey auction（也称SP机制）有效升级。单次点击VCG扣费公式： $p_i = \sum_{j=1}^k b_{j+1} \frac{\alpha_j - \alpha_{j+1}}{\alpha_j}$ ，其中 $\alpha_{k+1} = 0$ ，注

意这里分母 α_i 出现是因为按照点击扣费。VCG扣费基本原理就是该竞拍者赢得广告位后，给其他广告主带来的收益损失是该竞拍者需要支付的费用。

VCG机制固然可以满足DSIC性质，使得广告主目标Utility最大化，但是其运行效率较低且给广告主解释成本较高。综合考虑诸多因素，实际系统常常选用 **GSP机制**

（**Generalized second-price auction**），分配规则和VCG机制一致，扣费规则有差异但更简单，单次点击GSP扣费公式： $P_i = b_{i+1}$ 。**GSP机制**虽然看似是**SP机制**的广义延伸，但不是DSIC，如实报价不能让广告主效用最大化。

虽然GSP机制在广告主Utility最大化的目标下并不是DSIC的，但是它也有不错的均衡性质，包括两个视角的均衡：**Pure Nash Equilibrium under Full-Information Setting**和**Bayesian Nash Equilibrium under Partial-Information Setting**。以前者为例，假设多轮竞价交互之后广告主的估值成为公有信息，GSP机制达到的一种均衡结果是广告主会认为保留当前位置是最优策略，不愿意与比他顺位高的人换位置，不然利润受损，这种均衡叫**locally envy-free equilibrium**（也称**symmetric Nash equilibrium**），对应广告主的报价策略不再是如实报价，详细可见文献。

GSP机制除了有不错的均衡性质以外，还有其他优势：1）计算高效、对客解释成本低、扩展性好；2）最新研究论证在广告主Value最大化的目标下GSP机制又是DSIC的，这个会在文章最后提及；3）GSP存在多个均衡，其中包含一个均衡结果和VCG等价，因为扣费大于VCG，所以平台营收会比VCG更高。后续技术演进都是在GSP机制框架下进行。

关于现代广告系统

常见的广告形式

开屏广告：广告在抖音APP开屏展现，视觉冲击强，品牌曝光强。开屏广告也可与首位信息流融合，体验更沉浸。

信息流广告：广告展示在抖音 App 信息流中，原生竖屏沉浸式体验。适用于线索收集、App下载、商品推广、品牌传播等目标。

搜索广告：用户在抖音搜索内容，命中关键词后，搜索结果展示推广信息。支持品牌推广、APP推广、收集线索、商品推广等目标。

以上内容来自[巨量引擎](#)。

Facebook，谷歌等大媒体通常自己建立广告投放平台，对自有流量进行变现。这时候媒体同时又是投放平台，本文中简称“媒体平台”。

一条互联网广告通常会经过以下的几个过程，以信息流为例，当用户打开APP时，有时会浏览到一条广告（广告展现, 缩写为m），用户可能会点击这条广告下方的“查看详情”（广告点击, 缩写为c），在详情页面中，用户可能会继续点击“马上下载”（广告下载，缩写为i），之后通过app store或者安卓应用商店下载这个游戏，并打开（激活, 缩写为a），玩了一段时间后，可能会花钱买道具（付费，缩写为p），以及后续可能还有更深度的用户行为。

行为价格换算公式[2]:

从m->c->i->a->p的过程中，每个行为A的价格，等于后续行为B的价格乘以行为A到行为B的比率。例如：

$$CPM=p(m \rightarrow c) * CPC * 1000(\text{唯独CPM要多乘以1000})$$

$$CPC=p(c \rightarrow a) * CPA$$

四点三率两控制一加强

竞价点：其实不管是CPM，CPC还是后续的CPA，OCPM，oCPC，双出价等所有出价模式，绝大多数媒体平台最终都是根据换算公式，将出价换算成eCPM，再对eCPM排序后，选择eCPM最高的广告进行展现。这样媒体每个展现机会的收益可以很直接地被度量，也能最大化自身的利益。在本文中，我们讨论的“竞价点”都在m（展现）。

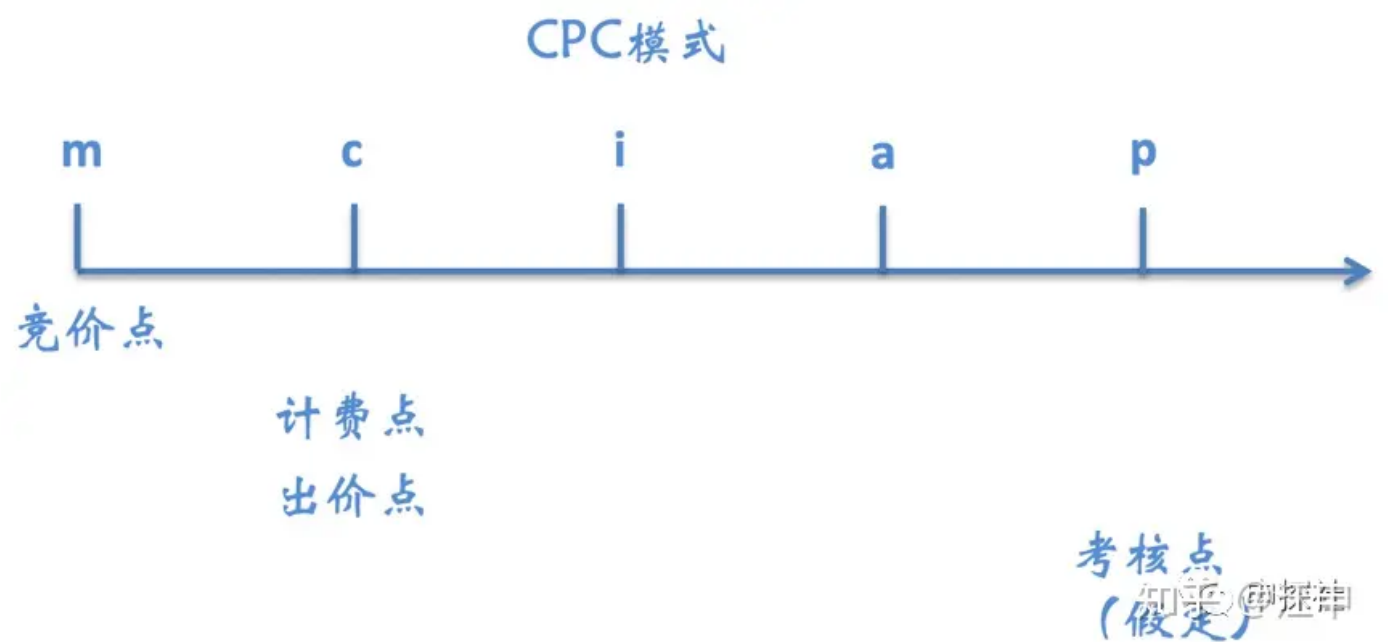
计费点：即媒体平台最后是按什么的个数来收广告主的钱。例如CPM中，是按照展现次数来收费，那么计费点就是m。而在CPC广告中，虽然按照eCPM排序来决定出哪个广告，但是对于出的广告，是按照点击次数来收费，这时计费点是c。

出价点：即广告主在媒体平台的投放后台里填写的是什么价格。在CPM和CPC广告中，出价点和计费点是在同一个行为，CPM的出价点也是m，填写的是千次展现价格，而CPC广告出价点是c，填写的是每个点击的价格。而在oCPX中，出价点和计费点是分离的。

考核点：在广告投放中，广告主真正想要出价的可能不是展现或者点击，甚至也不是下载和付费，想要的是LTV（Life Time Value），即这个用户在使用广告主产品的生命周期内给广告主带来的所有价值。在完美的世界里，广告主可以为每1元的LTV出价，例如出价0.8元。那么广告主的ROI就是 $1/0.8=1.25>1$ ，广告主就可以躺着数钱了。可惜LTV通常很难核算出来，也很难量化，例如用户即使不付费买道具，也可能发挥陪玩玩家的价格。

值。所以广告主在投放的时候，通常会找一个在链路中更前置的更好量化的指标来考核投放优化师的工作。例如考核一个付费用户的成本，或者七日ROI之类的，我们把这个点叫做考核点。后面的分析中，我们假设考核点为付费（缩写为p），实际中可以是别的点，但是不影响我们讨论的结论。

如图所示，在CPM出价模式下，竞价点/计费点/出价点都是m，考核点假设在p。而对于CPC出价模式，竞价点在m，计费点/出价点在c，考核点假设在p。



对应着四个点的，就是三个比率， p (竞价点->计费点), p (计费点->出价点), p (出价点->考核点)。

CPM/CPC以及本文后续所讨论的所有出价模式，其中很大的区别就在于这四个关键点在不同位置。我们只要把这四个关键点和他们之间的三个比率对于三方的利益影响分析清楚了，那么就能推广到所有的出价模式。接下来，我们逐步引出每个比率以及分析对三方利益的影响。

另外，用户（网民）其实也是一个参与的角色，但各媒体对用户的诉求（用户体验）考虑的程度不一样，考虑的方法也不尽相同，所以在本文的讨论中，只讨论媒体，平台，广告主三方的博弈。

后面内容过于细节暂且不写。

广告的常见收费方式

互联网广告中的出价模式发展经历了许多变迁。从一开始的CPM，到CPC出价模式，随着Facebook的oCPX (如oCPM/oCPC) 成为了网红，之后的双出价，激活且付费，Facebook的AEO及VO等等新一代的出价模式也层出不穷[2]。

真正落地的拍卖机制

高效率保证是最基本要求，常常不做松弛。原因是计算广告领域往往会面对大规模高并发请求，低时延的高性能计算能力是服务可靠性的基本保障；

高效果保证是第一个允许松弛的性质，主要涉及到分配规则。

因为最优分配问题本质是一个背包问题，而背包问题是NP困难问题，分配规则不可能在多项式时间内被实现，所以往往采用启发式的贪心算法，也就是业界常用的排序策略。这样分配问题就转化为了排序问题，例如本文开头Rankscore计算公式的设计，可以获得高效率的近似最优解。--存疑

高动机保证是第二个允许松弛的性质，主要涉及到扣费规则。非DSIC机制就一定很糟糕吗？答案非也。前文有提，优势策略均衡是最理想的均衡结果，机制设计的底限是要有均衡的预期，有均衡预期就有足够假设来预测智能体的行为，那么机制结果就能有效推演。所以非DSIC机制也可以有不错的均衡性质，它们在实际中很常见。例如广告拍卖机制中，假设广告主偏好模式是Utility Maximizer，平台优化目标是社会福利最大化，那么只有VCG机制是DSIC，GSP机制不是DSIC，但是也不妨碍GSP机制盛行。

广告和搜索推荐有什么区别？

拍卖机制是广告与搜推最本质的差异之处[1]：以电商场景为例，搜推涉及到免费资源位的高效分配问题，广告涉及到付费资源位的高效分配问题。以最基础的单目标价值最大化为例，搜推的资源位分配按照GMV期望最大化排序 $\text{Rankscore} = \text{pCTR} \cdot \text{pCVR} \cdot \text{ItemPrice}$ ，广告的资源位分配按照CPM期望最大化排序 $\text{Rankscore} = \text{pCTR} \cdot \text{bid}$ ，其中 pCTR 和 pCVR 是模型预估分，bid 是广告主报价（如果是系统自动出价则 bid 是 pCVR 的相关函数）。可以看出广告领域中广告主可以通过调整自身的bid报价策略使得自身的竞争力发生改变，从而影响资源位的分配结果，然而搜推领域的分配结果商家没有直接干预的抓手，纯粹平台说的算。所以从分配结果来看，搜推的主角是平台，但是广告的主角是广告主。

更为重要的是，广告除了资源位分配环节以外还有广告主扣费环节，以GSP机制为例，赢得第一个资源位的广告主需要付费 $\text{ppc}_1 = \text{pCTR}_2 \cdot \text{bid}_2 / \text{pCTR}_1$ ，广告主又会根据实际付费情况核算营销表现是否符合预期，从而进一步影响下一轮报价策略。如此往复，所有广告主的个体竞价策略变化相互博弈最终形成了广告系统整体的收敛分配结果，这个博弈收敛的过程也是搜推领域不需要考虑的。所以广告的拍卖机制包括资源位分配和广告主扣费两个环节，如何设计能够促使广告主的竞价博弈收敛结果是符合平台引导预期的拍卖机制是重点也是难点。

关于现代广告竞价

点击率因素如何影响GSP机制升级

前文提到的GSP机制是最基础的版本也是互联网公司落地最早的一个版本，但是点击率仅与资源位有关的假设显然和实际情况相差甚远，对于点击付费的广告类型，离谱的点击率假设会让资源位的配置效率大打折扣。为此，引入广告质量本身的点击率 β 是非常自然而然的想法。关于资源位点击率 α 和广告质量点击率 β 的关系，主要有两个大版本的升级。

基础假设是整体点击率关于位置因素可分离，即 $CTR_i = \alpha_j \beta_i$ （广告 i 整体点击率和广告分到的位置 j 相关，也和本身广告质量相关），GSP机制升级为wGSP（weighted GSP，weighted体现在广告质量分的引入）。这样平台优化目标变成 $SW = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k v_i \beta_i \alpha_j$ ， n 是广告主个数， k 是资源位个数；广告主优化目标变成 $u_i = \beta_i \alpha_j (v_i - p_i)$ ，表示广告 i 分配至资源位 j 效用函数；分配规则是按照 βb 进行排序，第 i 大的广告分配至第 i 好的资源位。扣费规则是 $p_i = \frac{\beta_{i+1} b_{i+1}}{b_i}$ 。如此升级可以论证机制性质保持不变，但因为点击率和真实情况更为接近，SW表现更好。实际真实点击率无法提前预知，往往需要有点击率预估的能力。wGSP机制要求除了具备预估粗粒度的位置点击率以外，系统还要有能力预估细粒度的广告点击率。

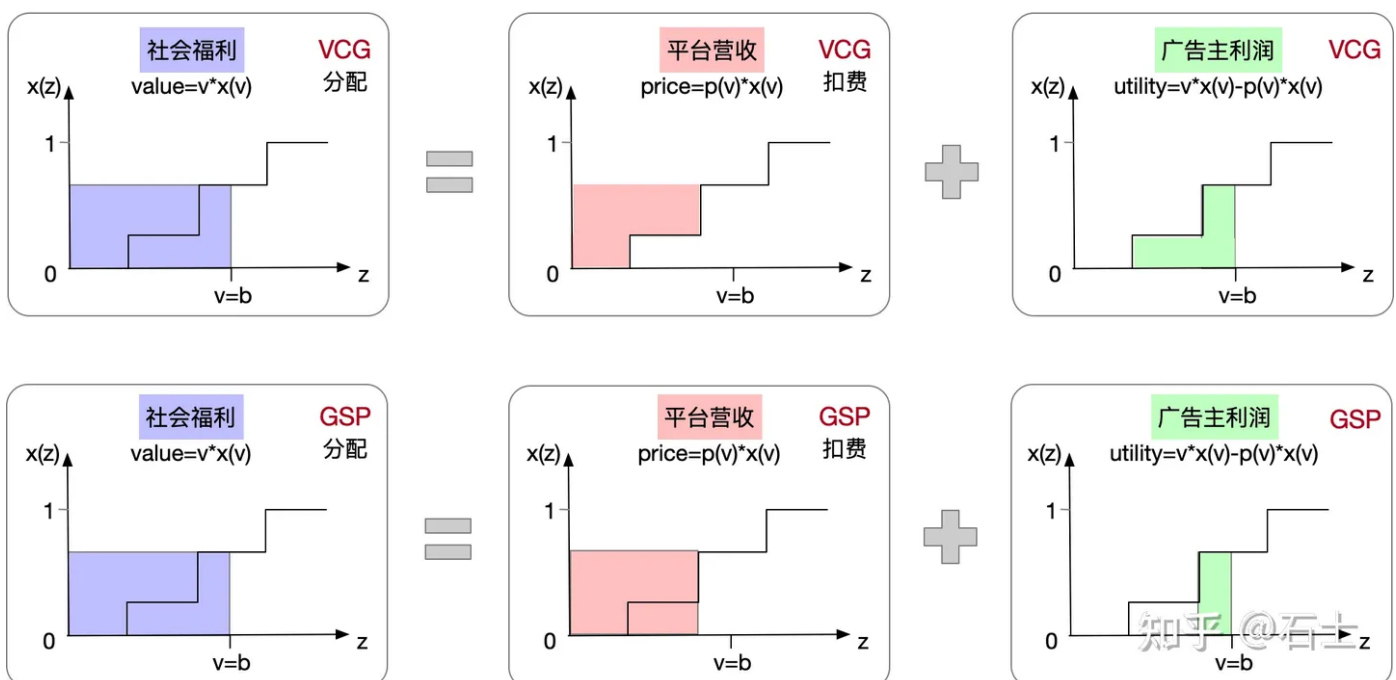
升级假设是整体点击率关于位置因素不可分离，即位置点击率和广告质量点击率无法解耦，这个假设与现实更加接近，两方面原因：1）不同广告在不同位置上的点击率影响各异；2）不同广告在不同上下文影响下的点击率各异。前文提到的VCG机制满足DSIC性质的隐含假设是位置因素可分离，如果遇到位置因素不可分离则满足DSIC性质的机制就会演变成Laddered Auction，详细内容参见文献。同样面对这种情况，GSP机制也需要升级，iGSP（iterated GSP）可以最大限度保证existence of efficient equilibria，但也仅限2个资源位同时拍卖，如果遇到3个及以上就仍然是一个open question，不过还算乐观的情况是移动端的资源位往往较少。iGSP的分配规则是既然位置点击率不可分离，那就逐个坑位顺次拍卖。先根据经验选择一个拍卖序，可以假定从高到低，针对当前资源位 j 考虑位置因素和上下文因素重新计算每个广告主的点击率 γ_{ij} ，获得当前资源位下的广告新排序；接着执行扣费规则，对首位广告主进行二价扣费， $p_{1j} = \frac{\gamma_{2j} b_{2j}}{\gamma_{1j}}$ ；然后将首位竞得广告主从队列内去除，相同逻辑继续执行下一个资源位拍卖流程；如此遍历迭代，直至资源位竞拍完。

以上通过点击率假设和预估能力的不断完善，使得SW更优，资源配置效率越来越高，市场蛋糕不断做大。

点击广告的拍卖机制类型	VCG	GSP	wGSP	iGSP
平台目标SW最大化	$\max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k v_i \alpha_j$	$\max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k v_i \alpha_j$	$\max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k v_i \beta_i \alpha_j$	$\max \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k v_i \gamma_{ij}$
广告主目标Utility最大化	$\max \alpha_j (v_i - p_i)$	$\max \alpha_j (v_i - p_i)$	$\max \beta_i \alpha_j (v_i - p_i)$	$\max \gamma_{ij} (v_i - p_i)$
分配规则	$b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$ $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k$ $n > k$ ，从高到低顺次摆放	$b_1 \geq b_2 \geq \dots \geq b_n$ $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k$ $n > k$ ，从高到低顺次摆放	$\beta_1 b_1 \geq \beta_2 b_2 \geq \dots \geq \beta_n b_n$ $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k$ $n > k$ ，从高到低顺次摆放	1. 确定一个拍卖序，资源位拍卖顺序可以打乱，先验做到best to worst 2. 遍历拍卖序中的每个资源位，当前资源位 j 下重新计算点击率，获得新序 $\gamma_{1j} b_1 \geq \gamma_{2j} b_2 \geq \dots$ 3. 对排名首位广告主 $p_{1j} = \frac{\gamma_{2j} b_2}{\gamma_{1j}}$ 4. 将首位竞拍广告主从队列内去除 5. 如上遍历迭代完每个资源位拍卖
扣费规则	$p_i = \sum_{j=i}^k b_{j+1} \frac{\alpha_j - \alpha_{j+1}}{\alpha_i}$	$p_i = b_{i+1}$	$p_i = \frac{\beta_{i+1} b_{i+1}}{\beta_i}$	
激励相容性质	DSIC	非DSIC，但有 locally envy-free equilibrium	非DSIC，但有 locally envy-free equilibrium	非DSIC，2个资源位尚能保证 existence of efficient equilibria; 3个及以上仍属open question
广告主报价策略	$b_i = v_i$	under-bidding incentive $b_i \leq v_i$	under-bidding incentive $b_i \leq v_i$	
点击率假设	仅考虑位置点击率	仅考虑位置点击率	位置点击率和广告质量点击率可分离	位置点击率和广告质量点击率不可分离

平台营收最大化的最优机制

前文介绍了面向社会福利最大化的机制该如何设计，即把资源位有效地分配给高估值的广告主，使得整体价值最大化。整体价值（**Value**）通过扣费规则一分为二，一边是对广告主的扣费形成平台营收（**Price**），另一边是广告主留下的效用即利润（**Utility**），即 $\text{Value} = \text{Price} + \text{Utility}$ 。以下图VCG和GSP机制对比为例，假设广告主都选择如实报价，因为两者分配规则相同所以社会福利对应的面积大小也相同，但是因为两者扣费规则不同所以两者的平台营收和广告主利润就会有差异。从图示面积一目了然，相比VCG，GSP的平台营收更高，同时与之对应的广告主利润就会更低，所以从平台营收视角来说GSP机制更受欢迎。



这就是一个分蛋糕的过程，如果平台收益变多了，那么广告主收益就会变少。当然，分蛋糕也不是一个简单随意修改扣费规则的事情，是不是找个小暗门扣费多一点，平台营收就能多一些，然后就解决问题了？其实不然，扣费规则和激励相容性质息息相关，前文有提即使松弛了DSIC性质，但是均衡结果是最起码的要求，否则从长期博弈结果来看短期的平台营收都不可持续。换个角度解释这个现象，GSP机制不是DSIC的，广告主有隐瞒估值低报价的动机，所以长期来看会随着广告主低报价整体社会福利不如VCG，使得虽然在分蛋糕方面GSP有优势但在做大蛋糕方面存在不利因素，此消彼长，长期看平台营收GSP一定会打折扣。GSP有不错的均衡性质尚且如此，更何况其他粗暴魔改扣费规则的机制了，所以事情看来没有那么简单。

相较社会福利最大化（简称SW）通过分配规则就可以直接达到平台优化目标的运作逻辑不同，平台营收最大化（简称Rev）则需要结合分配和扣费规则一起才能实现（因为只有知道了扣费金额才能知道平台营收），这对机制设计带来不小挑战，以点击广告为例，ppc 是表示单次点击扣费，SW类似于 $\max \text{CTR} \cdot \text{bid}$ ，Rev类似于 $\max \text{CTR} \cdot \text{ppc}$ 。SW的扣费规则只需要承担激励相容要求即可，但是Rev的扣费规则除了激励相容的部分还要承担平台目标，而且之前分配规则和扣费规则都是解耦地有先后地分别设计，此时两者却要耦合在一块儿共同围绕相同目标一起设计。最优机制（**optimal mechanism**）的出现就是来解决这个问题，它可以使Rev机制的设计范式像SW一样清晰明了，还能保证DSIC性质。

单物品拍卖的最优机制设计

Myerson机制就是可以获得最大化期望收益的最优机制。首先定义虚拟估值 $\varphi_i(v_i) = v_i - \frac{1-F_i(v_i)}{f_i(v_i)}$ ，它和私有估值以及分布有关；然后可以论证在满足DSIC的机制空间上对期望收益最大化，可以等同于在同一个空间对期望虚拟福利最大化，这样原本关心的收益最大化问题就转变为了分配最优化问题， $Rev = \max_{i=1}^n \varphi_i(v_i)x_i$ ，与社会福利最优化相比仅仅是将私有估值 v_i 转换为对应的虚拟估值 $\varphi_i(v_i)$ ，其他分配规则的细节以及扣费规则都与社会福利最大化一模一样；最后只需要保证 $\varphi_i(v_i)$ 是单调的，即私有估值的分布 $F_i(v_i)$ 是正则分布（许多常见分布基本都是正则分布，例如normal、lognormal、uniform and exponential distributions等；非正则分布包括多峰分布和长尾分布），分配的单调性是机制DSIC性质的前提。论证过程可详见文献。

可以发现虚拟估值 $\varphi_i(v_i)$ 可能为负，在分配的过程中如果遇到 $\varphi_i(v_i) < 0$ 的竞拍者会被剥夺竞拍资格，如果所有竞拍者的虚拟估值均为负，则流拍，所以 $\varphi_i^{-1}(0)$ 即虚拟估值为0的逆函数起到了个性化保留价的功能。如果假设所有竞拍者的私有估值服从独立但不同分布，则不仅会有各自不同的保留价，还会遇到如实报价情况下报价高，但虚拟估值不一定高，导致没有竞得更好的资源位；如果假设所有竞拍者的私有估值服从独立同分布，因为估值分布相同则虚拟估值函数 φ 也相同，又因为估值分布 F 服从正则分

布，则 φ 严格递增，那么虚拟估值最高的竞拍者就是私有估值最高的竞拍者，这样虚拟福利最大化机制就和带有保留价 $\varphi_i^{-1}(0)$ 的二价机制相同。以下是单物品拍卖的几个机制对比：

单物品拍卖DSIC 机制类型	Second Price机制	Second Price+保留价机制	Myerson机制
平台优化目标	社会福利最大化	平台营收最大化	平台营收最大化 等同于虚拟福利最大化
分配规则	$b_1 > b_2$ then b_1 竞得	if $b_1 < r \& b_2 < r$ then 流拍; else $b_1 > \max\{b_2, r\}$ then b_1 竞得; 其中 $r = \varphi^{-1}(0)$	if $\varphi_1(b_1) < 0 \& \varphi_2(b_2) < 0$ then 流拍; else $\varphi_1(b_1) > \max\{\varphi_2(b_2), 0\}$ then b_1 竞得;
扣费规则	$p_1 = b_2$	$p_1 = \max\{b_2, r\}$	$p_1 = \varphi_1^{-1}(\max\{\varphi_2(b_2), 0\})$
广告主私有估值 分布假设	\	独立同分布 $F_i(v_i)$ 是正则分布	独立但不同分布 $F_i(v_i)$ 是正则分布

多物品拍卖的经典保留价方案与Squashing方案

虽然Myerson机制可以完美解决单物品拍卖场景下的平台营收最大化问题，但是面对多物品拍卖场景该机制性质的理想化状态就很难保持，更大方面来说目前整个多物品拍卖领域关于平台营收最大化的最优机制设计问题依然是一个开放问题。回到广告多坑位拍卖场景，经典的机制设计会围绕GSP机制做针对性改造，将Myerson机制的思路和GSP机制的流程相融合，在保持良好机制性质的前提下持续优化平台营收，获得近似最优结果。接下来会介绍3种基于wGSP机制改造的提升平台营收的常见方法。

第一种是 **mGSP（myerson GSP）** 机制，想法很直接，就是将Myerson保留价技术直接应用到wGSP机制上。和单物品拍卖的设计思路类似，Myerson保留价最核心的虚拟估值依赖广告主的私有估值分布，系统可以酌情根据独立同分布的颗粒度进行假设的调整，例如客户之间完全独立不同分布、相同搜索词的客户之间独立同分布、整体流量客户独立同分布等。因为广告系统是多轮拍卖系统，假设广告主是如实报价，则私有估值分布可以根据广告主历史报价进行不同粒度的分布拟合，从而得到虚拟估值。有了虚拟估值和保留价，在分配规则方面有两种类型可做尝试：**Eager**模式，先过滤后排序，即先根据保留价过滤没有竞争力的广告主，再按照虚拟估值排序；**Lazy**模式，先排序后过滤。**Eager**模式对最高报价无法胜出保留价的情形更友好，**Lazy**模式对第2高报价无法胜出保留价的情形更友好，多数情况下**Eager**模式在提营收方面会比**Lazy**更有优势。

第二种是 **aGSP（anchoring GSP）** 机制，是对**mGSP**机制一种松弛方式，业务落地过程中虚拟估值的求逆计算和私有估值的正则分布要求等均会让机制实现不够简洁且解

释性较差，略牺牲效果的情况下精简机制设计也是可接受的迭代方向。首先保留价的计算方法和mGSP机制相同，一般保留价的颗粒度会选择数据积累较为充分的粒度。其次主要差异点就是将虚拟估值由 $\varphi_i(v_i) = v_i - \frac{1-F_i(v_i)}{f_i(v_i)}$ 简化为 $\varphi_i(v_i) = v_i - r_i$ ，如果假设私有估值分布是均匀分布，化简的表达式就非常接近，求逆也方便，而且业务含义与myerson思路很吻合，报价竞争力更多看重每个广告主超出个性化保留价的那部分。

第三种是 **rGSP (reserve GSP)** 机制，是对**aGSP机制**更加进一步的松弛。因为有文献提出，为了解决私有估值和虚拟估值趋势不一致问题，虚拟估值可以仅用于个性化保留价的过滤，分配和扣费依然按照私有估值进行，这样虽然对营收有折损但是机制实现更加简洁且易解释。

另外一类不是在报价因子上做文章，而是在wGSP的广告质量点击率上做文章，通过对广告质量点击率进行挤压，也能达到提升营收的效果，这类机制叫做 **sGSP**

(squashing GSP) 机制。分配规则是按照 $\beta_i^s b_i$ 进行排序，其中 s 就是挤压因子，扣费规则按照 $p_i = \frac{\beta_{i+1} b_{i+1}}{\beta_i^s}$ 。该挤压因子能够体现三方面的结论：1) **Efficiency**视角：当 $s = 1$ 是社会福利最大化及**Efficiency**最大化，凡是 $s \equiv 1$ 的调节都提升平台的短期收入，从而影响广告主价值；2) **Relevance**视角：只要 s 往大调节，整体点击率就会提升，相关性就会变好；3) **Revenue**视角，当相邻广告质量随排序递减即 $\frac{\beta_{i+1}}{\beta_i} < 1$ ，在不改变排序的情况下调小 s ， P_i 变大，利好营收增加；当相邻广告质量随排序递增即 $\frac{\beta_{i+1}}{\beta_i} > 1$ ，在不改变排序的情况下调大 s ， P_i 变大，利好营收增加。这一方案为了进一步挖掘营收空间，可以升级为分位置调控挤压因子等，具体详见文献。

多物品拍卖提升平台营收的机制方案	sGSP	rGSP	aGSP	mGSP
分配规则	$\beta_1^s b_1 \geq \beta_2^s b_2 \geq \dots \geq \beta_n^s b_n$ $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_k$ $n > k$ ，从高到低顺次摆放	$Let S = \{i : b_i > r_i\}$ $\beta_1 b_1 \geq \beta_2 b_2 \geq \dots$ $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots$ 从高到低顺次摆放	$Let S = \{i : b_i > r_i\}$ $\beta_1(b_1 - r_1) \geq \beta_2(b_2 - r_2) \geq \dots$ $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots$ 从高到低顺次摆放	$Let S = \{i : \varphi_i(b_i) > 0\}$ $\beta_1 \varphi_1(b_1) \geq \beta_2 \varphi_2(b_2) \geq \dots$ $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots$ 从高到低顺次摆放
扣费规则	$p_i = (\frac{\beta_{i+1}}{\beta_i})^s b_{i+1}$	$p_i = \frac{\beta_{i+1}}{\beta_i} \max\{r_i, b_{i+1}\}$	$p_i = \frac{\beta_{i+1}}{\beta_i} \cdot b_{i+1} + \frac{\beta_i r_i - \beta_{i+1} r_{i+1}}{\beta_i}$	$p_i = \varphi_i^{-1}(\frac{\beta_{i+1}}{\beta_i} \cdot \varphi_{i+1}(b_{i+1}))$
优化项	作用在广告质量点击率 β	作用在报价 b ，保留价 r 的构造可以根据个性化程度酌情选择颗粒度大小，保留价的嵌入程度也酌情选择。		

总结

前文介绍了机制性质不算完美但还算良好的面向平台营收的拍卖机制，但也明确强调平台营收最大化是一个分蛋糕的过程，它其实是和广告主零和博弈相互争夺利润，一味提升平台营收短期来看没有问题，但长期来说一定会影响广告主的预算投入，从而影响社会福利最大化即做大蛋糕的结果。所以我们需要在两者之间做平衡，把握好做大蛋糕和分好蛋糕的节奏。同时，用户体验也是广告系统需要兼顾的重要考量，和免费资源位相

比，付费资源位或多或少会牺牲用户体验换取社会福利，如果不加以约束，长期以往用户会失去对付费资源位的关注度，从而平台会彻底丧失流量变现的机会。

综上，以一个开放生态的视角看待广告系统，广告主和用户都会用脚投票，进行不同平台之间的选择，所以平衡好三者之间的利益述求就极其关键。那么经典的广告拍卖基本框架就是一个带约束的最优化问题：**max** 社会福利最大化；**s.t.** 平台营收约束、用户体验约束（电商场景可以是点击率、转化率和相关性等）。然后通过拉格朗日对偶法将分配问题转变为多目标排序问题，同时扣费规则明确为关键最小扣费，即广告主仅需要支付保持住当前广告位的最小费用。这样一套广告拍卖机制可以在业务发展的不同阶段择机调整适配，能够促进广告生态健康发展。

随着广告业务和技术的不断发展，新趋势孕育新机会，主要有三个方向的持续升级：

- 业务方面，广告主优化目标的改变：广告主的营销述求不再以利润**Utility**最大化为第一优化目标，而是以价值**Value**最大化为主要优化目标；扣费不再是广告主的敏感成本项，而是一个必须要花完的预算，核心关注这笔预算花完能否最大化价值，当然了如果获得相同价值的前提下可以考虑少付费。那么一旦广告主偏好模型发生变化，现有机制就需要重新审视，哪些机制的**DSIC**性质会发生改变？是否需要设计新机制来满足新要求？
- 生态方面，**Autobidding**模式的兴起：越来越多的**DSP**开始智能化承接广告主的营销述求，此时广告主不再对流量进行估值报价，而是以更加高阶的或者直观的优化目标形式（最大化进店等）出现，伴以业务约束要求（预算和**ROI**约束等），然后由智能报价系统进行在线实时地对每个流量进行自动报价。面对使用占比越来越高的**Autobidding**模式，拍卖机制该做哪些假设的调整，新机制该如何设计才能满足良好性质实现平台优化目标？
- 技术方面，数据驱动的机制设计：数据驱动的深度学习技术已经逐渐成为广告系统其他算法模块（召回和预估等）的标配，而以平台收入最大化为目标的最优机制设计目前仍然有较大的优化空间，经典的设计方案需要依赖较强的领域知识，通过先验缩小优化范围，获得的近似最优解质量不高。我们该如何为机制设计进行定制化改造，满足机制性质的同时借助数据驱动的能力使得最优值的搜索过程更加智能，而且标准化的迭代流程又可以进一步加快技术升级，从而打开优化天花板？

术语

- **CTR**（**Click Through Rate**）即点击通过率，该广告的实际点击次数（严格的来说，可以是到达目标页面的数量）除以广告的展现量（**Show content**）
- **CVR**:

- **CPM广告 (Cost Per Mille)**, 是按照广告展现的次数来收费, 因为每次展现的费用数字很小, 所以大家约定乘以1000, 即千次广告展现的费用。附: CPM里的m其实是千次的意思, 但是后续发展的CPC, CPA等模式里的c (点击) 和a (行为) 都是一种行为的类型, 所以后来大家后来也习惯用m来表示展现。)
- **CPC广告 (Cost Per Click)**, 是按照广告被点击的次数来收费, 因为单个点击的费用通常已经足够大, 不用乘以1000了。 如果广告主A的一条广告CPC出价为0.3元, 广告主B的一条广告CPC出价为0.4元, 这个时候媒体平台并不是直接出CPC出价更高的广告主B的广告, 因为两个广告的点击率可能并不相同。这个时候媒体平台通常会用点击率预估模型, 预估每个广告分别的点击率 (CTR), 即从m到c的概率 $p(m \rightarrow c)$, 再用 $eCPM = CTR * CPC * 1000$ (需要乘以1000是因为CPM是1000次展现的价格), 再根据eCPM排序, 出最高的广告主A的广告。值得注意的是, 虽然排序按eCPM排, 但不是按照eCPM来计费的, 还是按照CPC来计费。也就是说, 如果这条广告被用户点击了, 媒体平台会收广告主0.3元。如果没有被用户点击, 媒体平台不收广告主钱。
- GMV:
- ROI:

参考资料

1. [一文读懂互联网广告拍卖的经典机制设计](#)
2. [申探社: 深入互联网广告中的出价模式 \(3合1完整版\)](#)
3. [申探社: 深入互联网广告中的出价模式 \(补充篇\)](#)
- 4.

 【广告拍卖-博弈论基础】斯坦福算法博弈论二十讲

PDF文稿

-  【保留价-2013-微软-相减锚定保留价】Ranking and Tradeoffs in Sponsored Search Auctions.pdf
-  【保留价-2013-微软】Optimal reserve prices in weighted GSP auctions.pdf
-  【保留价-2013-Columbia-相减锚定保留价】Revenue Optimization in the Generalized Second-Price Auction.pdf
-  【保留价-2016-纽约大学】Learning Algorithms for Second-Price Auctions with Reserve.pdf
-  【保留价-2016-斯坦福】Reserve Prices in Internet Advertising Auctions- A Field Experiment.pdf
-  【保留价-2016-Google】A Field Guide to Personalized Reserve Prices.pdf
-  【分坑位拍卖-2006-Berkeley-第一次理论分析】Position auctions.pdf
-  【分坑位拍卖-2006-Google-位置不分离 Laddered Auction 退化为位置可分离 VCG】Truthful Auctions for Pricing Search Keywords.pdf
-  【分坑位拍卖-2014-雅虎-位置不分离和序贯拍卖】GSP with General Independent Click-Through-Rates.pdf
-  【分坑位拍卖-2021-Google-位置可分离和序贯拍卖】Bidding to the Top- VCG and Equilibria of Position-Based Auctions.pdf
-  【分坑位排序-2016-哈佛-VCG和GSP鲁棒性辩证】Truthful Outcomes from Non-Truthful Position Auctions.pdf
-  【富媒体-2014-Google】Revenue Monotone Mechanisms for Online Advertising.pdf
-  【富媒体-2017-雅虎】Sponsored Search Auctions with Rich Ads.pdf
-  【挤压因子-2007-微软-引入相关性因子 w 和挤压因子 a 】Revenue Analysis of a Family of Ranking Rules for Keyword Auctions.pdf
-  【挤压因子-2016-微软-分位置多个挤压因子】Multi-Score Position Auctions.pdf
-  【搜索广告-基础-2005-雅虎】Internet Advertising and the Generalized Second-Price Auction- Selling Billions of Dollars Worth of Keywords.pdf
-  【搜索广告-基础-2007-雅虎】Simplified Mechanisms with Applications to Sponsored Search and Package Auctions.pdf
-  【搜索广告-基础-2008-Google】General Auction Mechanism for Search Advertising.pdf
-  【搜索广告-基础-2011-学校】Bayes-Nash equilibria of the generalized second-price auction.pdf
-  【搜索广告-基础-2015-微软】Sponsored Search Auctions- Recent Advances and Future Directions.pdf
-  【营收最大化】On Revenue in the Generalized Second Price Auction.pdf
-  【营收最大化】Optimal Auction Design and Equilibrium Selection in Sponsored Search Auctions.pdf
-  【营收最大化】OPTIMAL AUCTION DESIGN.pdf
-  【营收最大化】Optimal Multi-Object Auctions.pdf
-  【营收最大化】Simple versus Optimal Mechanisms.pdf
-  【TradeOff-2003-CMU】Auction Mechanism for Optimally Trading Off Revenue and Efficiency.pdf
-  【TradeOff-2012-Google】Efficiency-Revenue Trade-offs in Auctions.pdf
-  【TradeOff-2014-微软】Optimising Trade-offs Among Stakeholders in Ad Auctions.pdf